

Dzień dobry.

Przygotowując się do Ogólnopolskiego Konkursu Matematycznego „Alfik” podczas rozwiązywania zadań z lat poprzednich, zauważyłem w pewnym typie zadań powtarzającą się prawidłowość: „Jeżeli od kwadratu liczby naturalnej większej odejmiemy kwadrat liczby naturalnej o jeden mniejszej, to wynik jest sumą tych liczb”. Następnie zapisałem to w postaci wyrażenia algebraicznego i próbowałem dowieść jego prawdziwość:

$$(x+1)^2 - x^2 = (x + 1) + x = 2x+1$$

Sprawdzenie

$$\begin{aligned} 2^2 &= 4 \\ 1^2 &= 1 \\ 4 - 1 &= 3 \\ 1 + 2 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^2 &= 9 \\ 2^2 &= 4 \\ 9 - 4 &= 5 \\ 2 + 3 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^2 &= 16 \\ 3^2 &= 9 \\ 16 - 9 &= 7 \\ 3 + 4 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^2 &= 16 \\ 3^2 &= 9 \\ 16 - 9 &= 7 \\ 3 + 4 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^2 &= 25 \\ 4^2 &= 16 \\ 25 - 16 &= 9 \\ 4 + 5 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6^2 &= 36 \\ 5^2 &= 25 \\ 36 - 25 &= 11 \\ 5 + 6 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7^2 &= 49 \\ 6^2 &= 36 \\ 49 - 36 &= 13 \\ 6 + 7 &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^2 &= 64 \\ 7^2 &= 49 \\ 64 - 49 &= 15 \\ 7 + 8 &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9^2 &= 81 \\ 8^2 &= 64 \\ 81 - 64 &= 17 \\ 8 + 9 &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10^2 &= 100 \\ 9^2 &= 81 \\ 100 - 81 &= 19 \\ 9 + 10 &= 19 \end{aligned}$$

Dowód

$$L = (a+1)^2 - a^2 = \cancel{a^2} + 2a + 1 - \cancel{a^2} = P$$

co należało udowodnić

Hubert Dołęmski
uczeń klasy 8
SP 1 w Jarosławiu