szkic rozwiązania – Witold Bednarek

Przekształcenia

Zadanie 1.

Wykaż, że

$$T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}} = T_{\vec{u}+\vec{v}}.$$

Rozwiązanie

Niech

$$T_{\vec{u}}(X) = X_1 \text{ i } T_{\vec{v}}(X_1) = X',$$

wtedy:

$$\overrightarrow{XX_1} = \vec{u} \text{ i } \overrightarrow{X_1X'} = \vec{v}.$$

Stąd

$$\overrightarrow{XX_1} + \overrightarrow{X_1X'} = \vec{u} + \vec{v},$$

czyli

$$\overrightarrow{XX'} = \vec{u} + \vec{v}.$$

Zatem

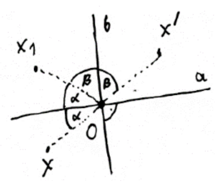
$$X' = T_{\vec{u}+\vec{v}}(X).$$

Zadanie 2.

Wykaż, że $S_b \circ S_a = S_o$, gdzie $a \perp b$ i punkt *O* jest punktem przecięcia prostych a i b.

Rozwiązanie

Skorzystamy z rysunku:



Mamy

$$\sphericalangle XOX' = \alpha + \alpha + \beta + \beta = 2(\alpha + \beta) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ.$$

Zatem punkty *X*, *O*, *X'* są współliniowe. Ponadto $X'O = X_1O = XO$, skąd $X'O = XO$. Wobec tego $\overrightarrow{OX'} = \overrightarrow{XO}$.

Zadanie 3, 4.

Odpowiedź w 73. wydaniu Świata Matematyki.