

Liczba na osiem – rozwiązanie zadania dla Czytelników

Zadanie:

Ile różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych mniejszych od 20 000 000 można utworzyć z cyfr:

- a) 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7;
- b) 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7, 8;
- c) 1, 1, 4, 4, 7, 7, 8, 8;
- d) 1, 4, 4, 7, 7, 8, 8, 8.

a – Rozwiązanie:

Aby tworzona ośmiocyfrowa liczba naturalna była mniejsza od 20 000 000, to najbardziej jej znaczącą cyfrą musi „jedyńka”. Siedem pozostałych cyfr tworzonej liczby to cyfry 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7. Zauważamy, że:

- cyfra „1” pojawia się 3 razy,
- cyfra „4” pojawia się 2 razy,
- cyfra „7” pojawia się 2 razy.

Liczba różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych, których najbardziej znaczącą cyfrą jest „jedyńka” i które można utworzyć z cyfr: 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7 wynosi:

$$P_7 = \frac{3, 2, 2}{3! * 2! * 2!} \frac{7!}{3! * 2! * 2!} = \frac{7 * 6 * 5 * 4 * 3!}{3! * 2! * 2!} = \frac{7 * 6 * 5 * 4}{2! * 2!} = \frac{7 * 6 * 5 * 4}{2 * 1 * 2 * 1} = 7 * 6 * 5 = 210.$$

a – Odpowiedź: Z cyfr 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7 można utworzyć 210 różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych mniejszych od 20 000 000.

b – Rozwiązanie:

Aby tworzona ośmiocyfrowa liczba naturalna była mniejsza od 20 000 000, to najbardziej jej znaczącą cyfrą musi „jedyńka”. Siedem pozostałych cyfr tworzonej liczby to cyfry 1, 1, 4, 4, 7, 7, 8. Zauważamy, że:

- cyfra „1” pojawia się 2 razy,
- cyfra „4” pojawia się 2 razy,

- cyfra „7” pojawia się 2 razy,
- cyfra „8” pojawia się 1 raz.

Liczba różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych, których najbardziej znaczącą cyfrą jest „jedyńka” i które można utworzyć z cyfr: 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7 wynosi:

$$P_7^{2,2,2,1} = \frac{7!}{2! * 2! * 2! * 1!} = \frac{7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}{2 * 1 * 2 * 1 * 2 * 1 * 1} = 7 * 6 * 5 * 3 = 630.$$

b – Odpowiedź: Z cyfr 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7, 8 można utworzyć 630 różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych mniejszych od 20 000 000.

c – Rozwiązanie:

Aby tworzona ośmiocyfrowa liczba naturalna była mniejsza od 20 000 000, to najbardziej jej znaczącą cyfrą musi „jedyńka”. Siedem pozostałych cyfr tworzonej liczby to cyfry 1, 4, 4, 7, 7, 8, 8. Zauważamy, że:

- cyfra „1” pojawia się 1 raz,
- cyfra „4” pojawia się 2 razy,
- cyfra „7” pojawia się 2 razy,
- cyfra „8” pojawia się 2 razy.

Liczba różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych, których najbardziej znaczącą cyfrą jest „jedyńka” i które można utworzyć z cyfr: 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7 wynosi:

$$P_7^{1,2,2,2} = \frac{7!}{1! * 2! * 2! * 2!} = 630. \quad (\text{wykorzystaliśmy wynik obliczeń z punktu c})$$

c – Odpowiedź: Z cyfr 1, 1, 4, 4, 7, 7, 8, 8 można utworzyć 630 różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych mniejszych od 20 000 000.

d – Rozwiązanie:

Aby tworzona ośmiocyfrowa liczba naturalna była mniejsza od 20 000 000, to najbardziej jej znaczącą cyfrą musi „jedyńka”. Siedem pozostałych cyfr tworzonej liczby to cyfry 4, 4, 7, 7, 8, 8, 8. Zauważamy, że:

- cyfra „4” pojawia się 2 razy,
- cyfra „7” pojawia się 2 razy,
- cyfra „8” pojawia się 3 razy.

Liczba różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych, których najbardziej znaczącą cyfrą jest „jedyńka” i które można utworzyć z cyfr: 1, 1, 1, 1, 4, 4, 7, 7 wynosi:

$$P_7^{2, 2, 3} = \frac{7!}{2! * 2! * 3!} = 2100. \quad (\text{wykorzystaliśmy wynik obliczeń z punktu a)}$$

d – Odpowiedź: Z cyfr 1, 4, 4, 7, 7, 8, 8, 8 można utworzyć 210 różnych ośmiocyfrowych liczb naturalnych mniejszych od 20 000 000.